

EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR

Nivel Secundaria: Matemática

A14-EBRS-32

Concurso para el Ascenso de Escala en la Carrera Pública Magisterial

Fecha de aplicación: octubre de 2019



INSTRUCCIONES

Esta prueba consta de sesenta (60) preguntas. A continuación, se presentan el puntaje por respuesta correcta y el puntaje mínimo requerido para clasificar a la siguiente etapa según la escala magisterial a la que postula:

Escala magisterial a la que postula	Cantidad de preguntas	Puntaje por respuesta correcta	Puntaje máximo	Cantidad mínima requerida de preguntas acertadas	Puntaje mínimo requerido
Segunda escala	60	1,5	90	36	54
Tercera escala	60	1,5	90	38	57
Cuarta escala	60	1,5	90	40	60
Quinta escala	60	1,5	90	42	63
Sexta escala	60	1,5	90	44	66
Séptima escala	60	1,5	90	46	69

Usted deberá responder únicamente las preguntas que corresponden a su Grupo de Inscripción, el cual consta en la carátula. En la tabla que sigue, busque su Grupo de Inscripción e identifique las páginas en las que se encuentran las sesenta preguntas que debe responder.

Grupo de Inscripción	Ubicación en el cuadernillo
EBR Secundaria Matemática	De la página 6 a la página 53
EBR Secundaria Educación para el Trabajo	De la página 54 a la página 81
EBR Secundaria Educación Religiosa	De la página 82 a la página 119

El tiempo máximo para el desarrollo de las sesenta preguntas es de tres horas (3 h). Usted puede administrar dicho tiempo como lo estime conveniente.

NO se descontará puntaje por las respuestas erradas o sin marcar.

ORIENTACIONES PARA EL MARCADO DE LA FICHA DE RESPUESTAS

Cada pregunta presenta tres alternativas de respuesta (A, B, C). Al marcar sus respuestas, tome en cuenta las siguientes indicaciones:

- Use el lápiz que el aplicador le entregó.
- Marque solo una alternativa de respuesta por pregunta, rellenando el círculo completamente de la siguiente manera: ●
- Recuerde que las marcas parciales o tenues (por ejemplo: ☑ ☒ ☓ ☙ ☚ ☛) podrían no ser reconocidas por la máquina lectora de fichas ópticas.
- **NO** debe deteriorar su Ficha de Respuestas. Evite borrones o enmendaduras, pues podrían afectar la lectura de su ficha.
- **NO** se tomarán en cuenta las respuestas marcadas en el cuadernillo, sino solo aquellas marcadas en su Ficha de Respuestas.
- Recuerde que **NO** debe arrancar hojas del cuadernillo.

El correcto marcado de la Ficha de Respuestas es de su exclusiva responsabilidad y debe ser realizado conforme a lo señalado en las indicaciones.

Cuando el aplicador dé la indicación de inicio de la prueba, y antes de resolverla, verifique con detenimiento que el cuadernillo contiene las sesenta preguntas que le corresponden y que la prueba no presenta algún error de impresión o de compaginación. Si esto ocurriera, el aplicador le facilitará el apoyo respectivo.

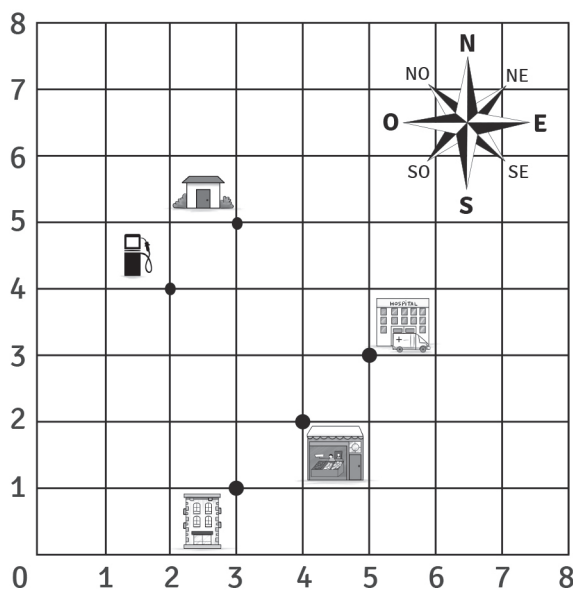
No pase aún esta página. Espere la indicación del aplicador para comenzar.

Matemática

1 Una docente tiene como propósito que los estudiantes de primer grado representen la ubicación y el desplazamiento en el plano cartesiano. Para ello, les presentó la siguiente actividad:

A19_28_31

En el siguiente gráfico, el lado del representa 2 km en la realidad.



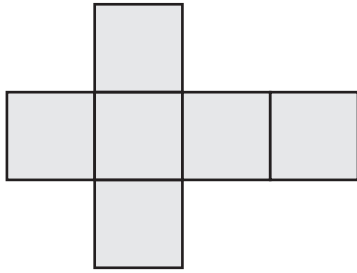
-  Casa
-  Hotel
-  Bodega
-  Hospital
-  Gasolinera

Juan se encuentra en el punto (5; 3). A partir de ahí, se desplazará 2 km hacia el oeste y 2 km hacia el sur. ¿Dónde se encontrará Juan después de su desplazamiento?

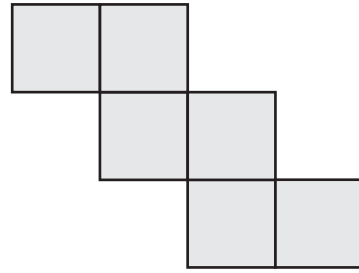
Uno de los estudiantes asume que Juan parte de la casa y responde que, después de desplazarse, se encontrará en la gasolinera. De acuerdo a la respuesta del estudiante, ¿qué se puede afirmar sobre su desempeño?

- a) Que reconoce las unidades y el sentido del desplazamiento.
- b) Que identifica la ubicación de puntos en el plano de coordenadas.
- c) Que describe desplazamientos utilizando los cinco puntos asociados a los lugares señalados.

Una docente solicitó a los estudiantes de primer grado que elaboren el desarrollo plano de un hexaedro regular. Estas son las respuestas de dos estudiantes.



Desarrollo plano presentado
por Edgar



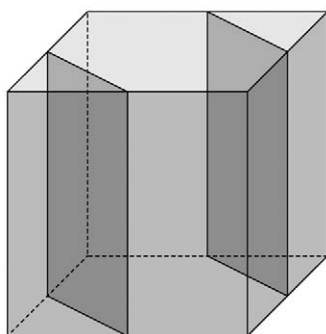
Desarrollo plano presentado
por Mirta

Edgar comenta que el desarrollo plano presentado por Mirta es incorrecto, porque el hexaedro solamente se forma con el desarrollo plano que él ha elaborado.

Respecto al comentario de Edgar, ¿cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurre?

- a) Considera un modelo usual como el único desarrollo plano del hexaedro.
- b) Cree que, en el desarrollo plano del hexaedro, cada cara tiene solo una cara adyacente.
- c) Reconoce el hexaedro en su forma tridimensional; sin embargo, no lo hace en su desarrollo plano.

Como parte de una actividad, un docente presenta un cubo hecho en madera y le pide a los estudiantes que se imaginen que dos planos paralelos cortan al cubo transversalmente, de modo que cada uno de los planos pasa por los puntos medios de dos aristas consecutivas, tanto en la base superior como en la inferior del cubo, tal como se muestra a continuación:



Además, el docente les solicita que establezcan qué objetos tridimensionales resultarían después de realizar dichos cortes y cuáles serían sus desarrollos planos.

Al respecto, un estudiante dice lo siguiente: “Profesor, yo creo que si realizáramos esos cortes, resultarían tres prismas: dos iguales de base triangular y un prisma de base hexagonal”.

Sin embargo, cuando el estudiante muestra el desarrollo plano de estos prismas, utiliza un triángulo equilátero en un caso y un hexágono regular en otro para los polígonos que representan las bases.

¿Cuál de los siguientes grupos de preguntas es **más** pertinente para retroalimentar al estudiante de modo que reflexione sobre el error de considerar polígonos regulares en las bases de los prismas?

- a) “¿En qué puntos los planos paralelos secantes cortan a las aristas del cubo? Si en el prisma triangular, los lados de sus bases son diferentes, ¿estará bien considerar el triángulo equilátero en su desarrollo plano? Si en el prisma hexagonal, dos de los lados de sus bases son diferentes de los demás, ¿estará bien considerar el hexágono regular en su desarrollo plano?”.
- b) “¿Uno de los ángulos rectos de las bases del cubo será uno de los ángulos de la base del prisma triangular? De ser así, ¿esos tres lados tendrán la misma medida? Según sus medidas, ¿ese triángulo será equilátero como en el desarrollo plano que elaboraste? ¿Pasará algo similar con los lados de la base del prisma hexagonal? ¿Por qué?”.
- c) “¿Qué polígonos conforman las bases de los prismas? ¿Qué características tienen estos polígonos en los desarrollos planos de los prismas? ¿La cantidad de caras laterales depende de la cantidad de lados del polígono de la base? ¿Por qué crees que es así? ¿Los polígonos que conforman las bases resultarán regulares?”.

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 4, 5 y 6.

Durante una clase, los estudiantes comentan acerca del aumento de la cantidad de personas que consumen a diario agua purificada. Este aumento conlleva una creciente fabricación de botellas de plástico. Al respecto, ellos han leído un artículo que señala que la descomposición de envases de cartón genera 80 % menos gases de efecto invernadero que la descomposición de botellas de plástico. Por este motivo, a los estudiantes les parece una excelente idea emprender un negocio de venta de agua utilizando envases hechos a base de cartón.

4 En el contexto de una exploración de opciones para la utilización de envases hechos a base de cartón, el docente decide proponer diversas tareas.

A19_28_34

¿Cuál de las siguientes tareas es de **mayor** demanda cognitiva?

- a** ¿Cuánto será el volumen de un envase cilíndrico hecho con cartón si el radio de su base mide $3\sqrt{3}$ cm y su altura mide 10,80 cm?
- b** ¿En qué porcentaje disminuirá el volumen de un envase cilíndrico hecho con cartón si el radio de su base disminuye hasta la mitad de la longitud inicial y se mantiene constante su altura?
- c** Se proyecta elaborar dos tipos de envase que tengan forma de prisma recto y una altura de 9 cm: uno con una base cuadrada de 9 cm^2 de área y otro con una base hexagonal regular de 12 cm de perímetro. ¿En cuál se utilizará más cartón?

5 Uno de los estudiantes diseña un envase de forma cilíndrica. Él afirma que si se duplicara la longitud del radio de la base y se mantuviera la misma altura, el cilindro resultante tendría el doble de volumen que el cilindro original.

A19_28_35

Ante esta intervención, el docente busca orientar la reflexión del estudiante acerca de su error. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para ello?

- a** Preguntarle lo siguiente: ¿qué forma geométrica tiene el envase?, ¿cuáles son los elementos de esta forma geométrica?, ¿qué sucede con el radio de la base?, ¿cómo se determina el volumen de un cilindro? Luego, señalar que, si se duplica solo el radio, el nuevo volumen no se duplica, sino que se cuadruplica.
- b** Entregarle un desarrollo plano para que forme un cilindro. Además, pedirle que señale los elementos del mismo, como altura, radio, base, generatriz, etc. Luego, comentarle que si el radio de la base tuviera el doble de longitud y la altura se mantuviera, el volumen del nuevo cilindro no sería el doble del volumen del cilindro construido con el desarrollo plano entregado.
- c** Solicitarle que revise qué elementos debe considerar para calcular el volumen de un envase cilíndrico. Luego, indicarle que exprese el volumen del cilindro en función del radio y la altura, y lo compare con el nuevo volumen cuando la longitud del radio se duplica y la longitud de la altura es la misma. Después, preguntarle si el nuevo volumen es el doble del volumen inicial.

El docente propone a los estudiantes realizar la siguiente secuencia de acciones:

1. Conformar grupos de cuatro integrantes
2. Calcular la cantidad de cartón que se utilizaría en el área lateral de un envase cilíndrico cuyo radio de la base mide 3 cm y que tiene una altura de 10 cm. Asimismo, calcular la cantidad de cartón cuando la altura se incrementa progresivamente en 1 cm hasta llegar a 15 cm; en cada caso, también calcular el respectivo volumen
3. En una tabla, registrar los valores correspondientes al área lateral y volumen del envase cilíndrico
4. En cada caso, determinar la razón geométrica entre el área lateral y el volumen de cada envase cilíndrico
5. Finalmente, elaborar las conclusiones de la actividad

¿Cuál es el **principal** propósito de la actividad propuesta?

- a) Que los estudiantes desarrollen habilidades de cálculo del área y volumen de un cilindro.
- b) Que los estudiantes establezcan una relación entre el área lateral y el volumen de un cilindro.
- c) Que los estudiantes determinen y registren, en una tabla, el área lateral y el volumen de diversos cilindros.

7 Una docente planea evaluar la comprensión de los estudiantes sobre la ecuación de la recta. Para ello, les plantea la siguiente tarea:

A19_28_37

A partir de los datos de la tabla, escribe la ecuación de la recta en la forma $y = mx + b$

x	0	1	2	3
y	4	6	8	10

Al monitorear el trabajo de los estudiantes, la docente se percató de que algunos de ellos resolvieron la tarea de la siguiente forma:

$$m = \frac{2-1}{8-6} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + b \rightarrow 8 = \frac{1}{2}(2) + b \rightarrow b = 7$$

$$y = \frac{1}{2}x + 7$$

Respecto del error en el cálculo de la pendiente de la recta, ¿cuál de las siguientes acciones es **más** pertinente para retroalimentar a los estudiantes?

- a Solicitarles que representen los puntos de la tabla en un plano de coordenadas y que tracen la recta que pasa por ellos. Luego, preguntarles: “¿Cuántas unidades aumenta en y por cada unidad que aumenta en x ?, ¿decir que aumenta 1 unidad en y por cada 2 unidades en x equivale a afirmar que aumenta 2 unidades en y por cada unidad de incremento en x ?, ¿cuál de las dos relaciones anteriores corresponde a la pendiente de la recta?”.
- b Asociar la pendiente con una inclinación y mostrar el dibujo de tres montañas con diferentes tipos de inclinación. Luego, preguntarles: “¿Cuál de las montañas está más inclinada?, ¿cómo lo sabemos? Análogamente, si en un plano de coordenadas graficamos la recta que pasa por los puntos de la tabla, ¿cuánta es la diferencia entre dos valores de x ?, ¿cuánta es la diferencia entre dos valores de y ?”.
- c Pedirles que tomen dos puntos de la tabla, por ejemplo, los puntos (0; 4) y (1; 6), los reemplacen en la fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y que calculen su resultado. Luego, preguntarles: “¿Cómo se calcula la pendiente?, ¿cuál es la diferencia entre su primera respuesta y la de ahora? Con los puntos (2; 8) y (3; 10), ¿cómo se calcularía la pendiente?”.

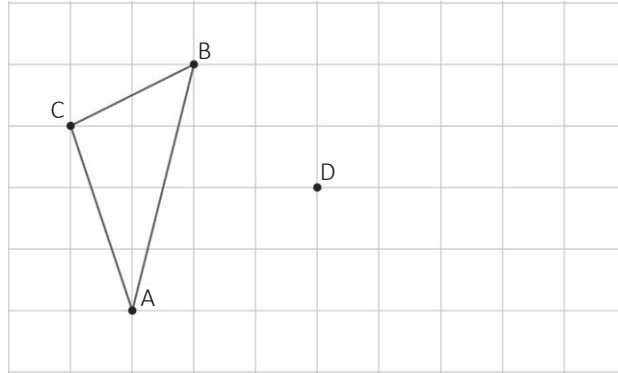
En una prueba escrita, un docente debe elaborar una pregunta que corresponda al siguiente indicador: “Identifica una sección cónica a partir del reconocimiento de atributos específicos que la definen”.

¿Cuál de las siguientes preguntas es **más** pertinente para ese propósito?

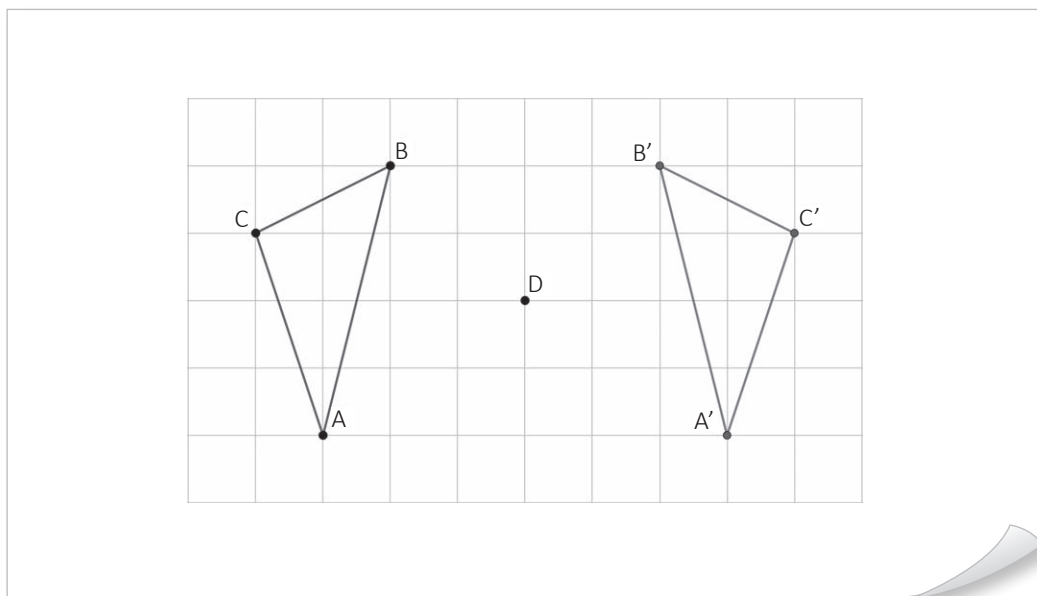
- a) ¿Cuál es la cónica que se forma por la intersección de un cono circular recto y un plano perpendicular al eje de rotación de dicho cono?
- b) ¿Cuál es la cónica conformada por los puntos del plano que equidistan del punto $(-2; 5)$ una distancia igual a 7 unidades?
- c) ¿Cuál es la cónica que corresponde a la siguiente ecuación: $\frac{(x - 3)^2}{36} + \frac{(y - 5)^2}{36} = 1$?

Un docente tiene como propósito que los estudiantes de segundo grado apliquen transformaciones isométricas en formas bidimensionales. Para ello, les presenta la siguiente tarea:

En la siguiente figura, ¿cuál es el resultado de aplicar una simetría central al triángulo ABC con respecto al punto D?



Camila, una de las estudiantes, presentó la siguiente resolución:



¿Qué error se evidencia en la respuesta de Camila?

- a** Cree que por el punto D pasa una recta que es mediatriz de los segmentos que unen los puntos del triángulo dado y los correspondientes del triángulo simétrico.
- b** Cree que el punto D equidista de cada uno de los vértices del triángulo dado, al igual que de los del triángulo simétrico.
- c** Cree que D es un punto de rotación que permite, mediante un giro, obtener los puntos del triángulo simétrico.

10

A19_28_40

Una docente percibe que muchos estudiantes piensan que la homotecia es la ampliación de una figura en la que, dado un punto fijo cualquiera, todas las distancias tomadas desde ese punto a los puntos de la figura se multiplican por un mismo factor. Por eso, siempre la nueva figura será más grande que la figura inicial.

Ante esto, la docente les propone las siguientes preguntas: “¿Cómo será la nueva figura después de aplicar una homotecia con factor $\frac{1}{2}$? ¿Será más grande o más pequeña que la figura inicial?”.

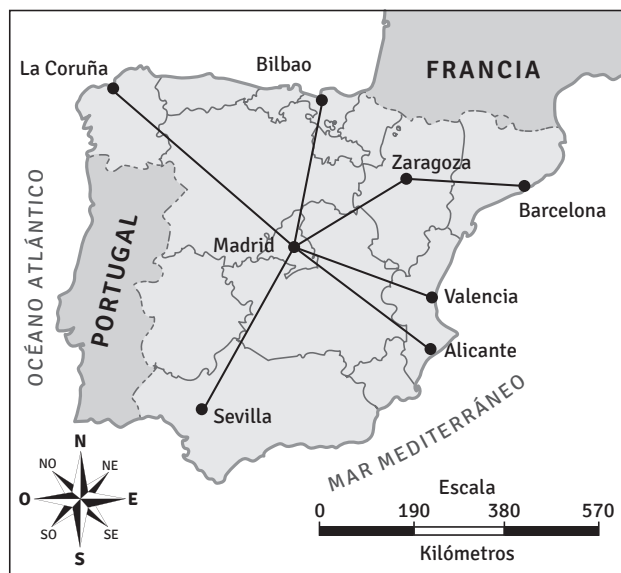
¿Por qué las preguntas de la docente favorecen la generación de conflicto cognitivo en estos estudiantes?

- a) Porque promueven la motivación y la participación de los estudiantes al preguntarles por sus saberes previos.
- b) Porque cuestionan la creencia de los estudiantes respecto de una relación o de un objeto matemático.
- c) Porque son de alta demanda cognitiva y promueven un aprendizaje significativo.

11

A19_28_41

Observe el siguiente mapa de España con su respectiva escala.



Adaptado de INE (2014). *Península Ibérica*.

¿Cuál es la distancia aproximada entre Madrid y Sevilla?

- a) 190 km
- b) 380 km
- c) 570 km

La siguiente imagen es parte del mapa provincial de Lima. La escala utilizada en el mapa es 1 : 350 000.



Adaptado de INEI (2014). *Una mirada a Lima metropolitana.*

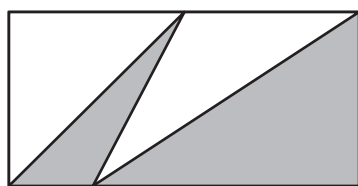
A partir de esta información, ¿cuál de los siguientes enunciados es correcto?

- a) La medida de la superficie del distrito de Independencia es aproximadamente 30 km^2 .
- b) La medida de la superficie del distrito de Chaclacayo es aproximadamente 40 km^2 .
- c) La medida de la superficie del distrito de Santa Anita es más de 15 km^2 .

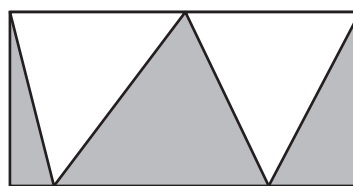
13

A19_28_43

Luis y Carmen realizan diseños para tejidos. A continuación, se presentan dos de estos diseños realizados en rectángulos cuyas bases y alturas tienen, respectivamente, iguales medidas.



Diseño de Luis



Diseño de Carmen

Respecto de la superficie de color gris en cada diseño, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Se necesita conocer las medidas de las bases de los triángulos de color gris en ambos diseños para realizar comparaciones entre sus áreas.
- b) El diseño de Carmen tiene mayor medida de la superficie de color gris que el diseño de Luis, ya que su diseño presenta una región triangular gris más.
- c) Ambos diseños tienen la misma medida de la superficie de color gris, ya que es suficiente saber que ambos rectángulos son de las mismas dimensiones.

14

A19_28_44

Jorge proyecta construir un corral de forma rectangular para la crianza de aves. Así, en cierto momento, Jorge considera que los lados del corral midan 10 m y 6 m, respectivamente, el perímetro sea 32 m y que el área del corral sea 60 m^2 .

Al explorar otras opciones basadas en variar las dimensiones del corral, ¿cuál de las siguientes alternativas es **necesariamente** correcta?

- a) El área del corral aumentará si se aumenta su perímetro.
- b) El perímetro del corral puede cambiar así se mantenga invariable el área.
- c) El área del corral se mantendrá constante siempre y cuando su perímetro no cambie.

Un docente propuso a los estudiantes desarrollar las siguientes acciones:

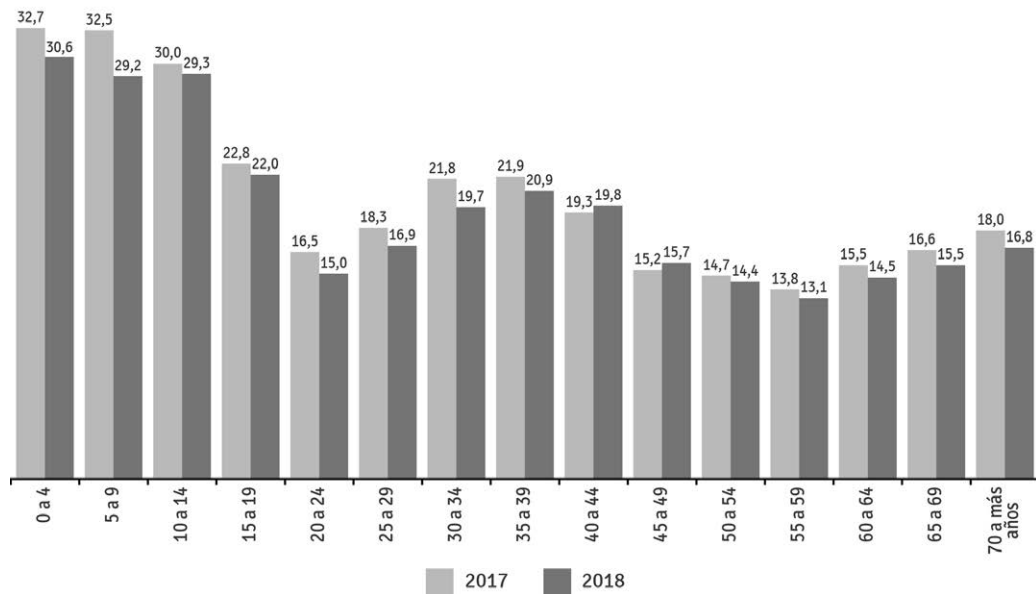
- 1.º Graficar 3 polígonos convexos cuya cantidad de lados sean, respectivamente, números consecutivos
- 2.º Colocar un punto A en el interior de cada polígono
- 3.º Trazar segmentos desde el punto A hacia cada vértice del respectivo polígono
- 4.º Relacionar la cantidad de lados del polígono y la cantidad de triángulos que se forman al interior de dicho polígono, luego de trazar los segmentos
- 5.º En cada uno de los tres polígonos, calcular la suma de las medidas de los ángulos internos de todos los triángulos ubicados en su región interior
- 6.º A partir de la suma obtenida en cada uno de los tres polígonos, generalizar al caso de la suma de las medidas de todos los ángulos internos de los triángulos que se forman al interior de un polígono convexo que tiene n lados

Un grupo de estudiantes desarrolló todas las acciones propuestas. Para que ellos logren obtener la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono convexo de n lados, ¿cuál de las siguientes acciones les faltaría realizar?

- a) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y el producto de la medida de un ángulo con vértice en A multiplicado por la cantidad de lados del polígono convexo inicial.
- b) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos externos de los n triángulos que se formaron.
- c) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos que tienen como vértice el punto A.

PERÚ: INCIDENCIA DE LA POBREZA POR GRUPOS DE EDAD, 2017 - 2018

(Porcentaje respecto de cada grupo de edad)



Adaptado de INEI (2019). *Evolución de la pobreza monetaria. 2017-2018. Informe Técnico.*

¿Cuál de los siguientes grupos de preguntas es **más** pertinente para ayudar a los estudiantes a realizar inferencias a partir del gráfico?

- a** ¿Qué fenómeno representa el gráfico de barras? ¿En cuál de los ejes se expresa cada una de las variables?, ¿con qué unidades? ¿A qué años corresponde el estudio de incidencia? ¿Cómo evoluciona la incidencia de la pobreza en los grupos de edad de personas mayores o iguales que 50 años?
- b** ¿Cuáles son las variables que intervienen? ¿Es adecuado representarlas mediante un gráfico de barras? ¿Con qué escala se ha representado el gráfico? ¿Cuál fue la secuencia de la construcción del gráfico? ¿En qué grupo de edad la incidencia de la pobreza fue mayor en el año 2017?, ¿y en el 2018?
- c** ¿Cuál es la tendencia general en la evolución porcentual de la pobreza en el 2017 y 2018? ¿Hay algún grupo de edad en el cual la proporción de incidencia de la pobreza se ha incrementado? ¿A qué grupo de edad debería otorgarle prioridad un programa destinado a reducir la incidencia de la pobreza?, ¿por qué?

Un docente propone a los estudiantes desarrollar una actividad que comprende las siguientes tareas:

1. Si lanzas una moneda no cargada, ¿cuánta es la probabilidad de obtener cara?

2. Lanza la moneda 2, 10, 50 y 100 veces. Registra los resultados en esta tabla.

Cantidad de lanzamientos	Frecuencia de caras	Frecuencia de sellos	Frecuencia relativa de caras	Frecuencia relativa de sellos
2				
10				
50				
100				

3. ¿Algún valor de la tabla coincide con tu respuesta a la probabilidad de obtener cara?

¿Cuál es el **principal** propósito de aprendizaje de esta actividad?

- a**) Motivar a los estudiantes para el aprendizaje de las probabilidades mediante una actividad experimental.
- b**) Reconocer que la frecuencia relativa para un número creciente de intentos se aproxima más a la probabilidad clásica.
- c**) Calcular experimentalmente las probabilidades de diferentes sucesos y organizar la información en tablas de frecuencia.

Se tienen tres dados no cargados de seis caras. Si se lanzan los tres dados simultáneamente, ¿cuál de los siguientes sucesos es más probable que ocurra?

S_1 : Obtener el número 4, el 5 y el 6.

S_2 : Obtener en dos dados el número 4 y en el otro, el número 5.

S_3 : Obtener el número 4 en los tres dados.

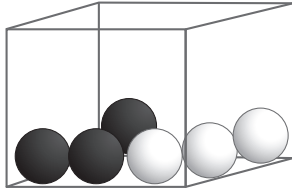
Un estudiante respondió así: “Los tres sucesos son igualmente probables porque cada uno tiene un solo caso favorable”.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el error que se evidencia en la respuesta del estudiante?

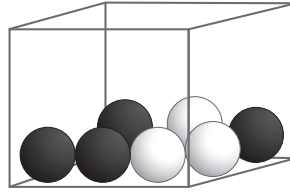
- a) Asume que cualquiera de las caras de un dado tiene la misma probabilidad de salir.
- b) Obvia considerar todas las posibilidades que corresponden a cada suceso.
- c) Considera que los tres sucesos tienen el mismo espacio muestral.

Una docente tiene como propósito que los estudiantes calculen y comparen la probabilidad de diferentes sucesos. Para ello, plantea la siguiente tarea:

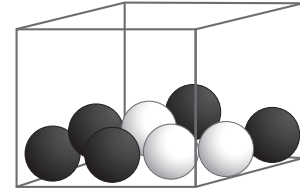
Tres cajas contienen bolas negras y blancas. Si se extrae al azar una bola de cada caja, ¿en qué caso hay mayor probabilidad de obtener una bola blanca al primer intento?



Caja A



Caja B



Caja C

Felipe, un estudiante, respondió: “En los tres casos hay igual probabilidad porque en todas las cajas hay exactamente 3 bolas blancas”.

¿Cuál de las siguientes acciones es **más** pertinente para brindar una adecuada retroalimentación al estudiante, de modo que reflexione acerca de su concepción errónea?

- a) Explicarle que la probabilidad se puede representar como una fracción en la que el numerador expresa la cantidad de casos a favor y el denominador, la cantidad total de posibles resultados de un experimento. Luego, pedirle que calcule la probabilidad asociada a cada una de las tres cajas y que determine cuál de las tres fracciones es la mayor.
- b) Pedirle que cuente las bolas blancas, las bolas negras y la cantidad total de bolas en cada caja. Luego, preguntarle: “En las cajas, ¿hay la misma cantidad de bolas blancas?, ¿hay la misma cantidad total de bolas?, ¿será lo mismo tener 3 opciones de 6, que 3 de 7 o tener 3 de 8? ¿Esto afectará el valor de la probabilidad en cada caso?, ¿por qué?”.
- c) Preguntarle lo siguiente: “¿Cómo se calcula la probabilidad en un experimento?, ¿de cuántas formas diferentes se puede representar una probabilidad?, ¿conviene usar la representación porcentual para realizar las comparaciones?, ¿por qué?”.

El entrenador de un equipo de básquet pretende incorporar a un jugador que sea muy hábil encestando. Se presentan dos candidatos: Juan y Pablo. Para tomar su decisión final, el entrenador considerará los puntos que hagan al encestar en los partidos que enfrenten a los equipos A, B, C y D.

En la siguiente tabla, se indican los puntos que hicieron al enfrentar a dichos equipos.

Equipos	Puntos de Juan	Puntos de Pablo
Equipo A	26	30
Equipo B	23	20
Equipo C	24	20
Equipo D	25	28

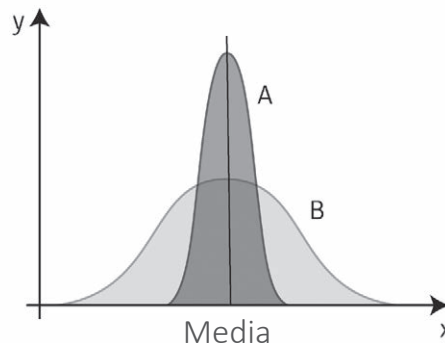
El asistente técnico recomendó al entrenador que incorpore a Juan, con el argumento de que es el jugador con mayor regularidad en los puntos realizados en cada partido. Explica cuál es la posible medición que consideró el asistente para hacer dicha recomendación.

¿Cuál es el propósito que busca lograr la docente con el problema propuesto?

- a) Que los estudiantes justifiquen el uso de una de las medidas de dispersión en la resolución de un problema.
- b) Que los estudiantes fundamenten la pertinencia de la medida de tendencia central elegida en la resolución de un problema.
- c) Que los estudiantes expliquen el procedimiento más eficaz para el cálculo de una medida de dispersión como parte de la resolución de un problema.

Un docente tiene como propósito evaluar el logro del siguiente desempeño: "Interpreta gráficos usando el significado de la desviación estándar". Para ello, propone la siguiente tarea:

El siguiente gráfico representa la distribución de dos conjuntos de datos: A y B.



Elaborar conclusiones acerca de la desviación estándar de ambos conjuntos de datos y establecer una o más relaciones con los datos.

Para evaluar las respuestas de los estudiantes, el docente utiliza una rúbrica con cuatro niveles cuyas descripciones son las siguientes:

En inicio	En proceso	Logrado	Destacado
Menciona información explícita en el gráfico.	Elabora conclusiones que implican la comparación de la desviación estándar de ambos conjuntos.	Elabora conclusiones que implican la comparación de la desviación estándar de ambos conjuntos y establece una relación de la desviación estándar con los datos.	Elabora conclusiones que implican la comparación de la desviación estándar de ambos conjuntos y establece dos o más relaciones diferentes de la desviación estándar con los datos.

Diego, uno de los estudiantes, elaboró las siguientes conclusiones:

"La desviación estándar en el conjunto A es menor que en el conjunto B, lo que significa que los datos en A están más cerca de la media que los datos en B".

Según la rúbrica presentada, ¿cuál es el nivel de logro alcanzado por Diego?

- a) En proceso.
- b) Logrado.
- c) Destacado.

22

A19_28_52

Raúl, Susana y Teresa trabajan en una misma empresa. Los salarios de los trabajadores de esta empresa se calculan según el cargo y las funciones que desempeñan. Además, se sabe que el primer cuartil de los salarios es 2000 soles, la mediana es 2300 soles y el tercer cuartil es 3000 soles.

Teniendo en cuenta esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) Raúl gana 1650 soles; por lo tanto, su salario está por encima del 25 % de los salarios de los trabajadores que menos ganan en la empresa.
- b) Teresa gana 2800 soles; por lo tanto, su salario está dentro del 25 % de los salarios de los trabajadores que más ganan en la empresa.
- c) Susana gana 2500 soles; por lo tanto, como mínimo, el 25 % de los trabajadores de la empresa ganan más que ella.

Un docente plantea a los estudiantes la siguiente situación:

La tabla que se presenta a continuación muestra la cantidad de niños que atendió la posta médica de un centro poblado en cierto día.

Edad (años)	f_i
[0; 2[8
[2; 4[4
[4; 6[8
[6; 8[10
[8; 10[7
[10; 12]	13
Total	50

En este contexto, el docente propone diversas tareas. ¿Cuál de las siguientes tareas propuestas es de **mayor** demanda cognitiva?

- a) Se requiere repetir los análisis de los pacientes cuya edad coincide con la mediana de las edades de todos los pacientes. El mismo procedimiento se debe realizar con los pacientes cuya edad coincide con el segundo cuartil de todas las edades. ¿Qué relación existe entre estos pacientes?
- b) Se hará un taller sobre factores de riesgo de enfermedades infecciosas con los padres de los pacientes que se encuentran por debajo del segundo decil. ¿Cuál es la edad que corresponde al segundo decil de las edades de los pacientes?
- c) Se debe aplicar una encuesta de satisfacción a los padres o apoderados de los pacientes que corresponden al primer, segundo y tercer quintil, según su edad. ¿Cuáles son las edades de estos pacientes?

Para integrar el elenco de actores de una obra de teatro, se inscribieron 9 estudiantes. Según el orden en que fueron inscritos, sus edades son 15, 13, 11, 9, 10, 11, 11, 13 y 15 años.

En relación con esta información, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

- a) La distribución de edades es bimodal; las modas son 13 y 15 años.
- b) La media aritmética de las edades es 12 años.
- c) La mediana de las edades es 10 años.

25

A19_28_55

Según una nota periodística, publicada el 28 de marzo del presente año en la página web de una emisora radial, los peruanos anualmente gastan en promedio S/ 40 en la adquisición de bloqueadores solares.

¿Cuál de las siguientes proposiciones puede concluirse **a partir de tal afirmación**?

- a El precio más común de los bloqueadores solares ofrecidos a los peruanos es S/ 40.
- b Por lo menos la mitad de los peruanos anualmente gastan S/ 40 en la adquisición de bloqueadores solares.
- c Los peruanos anualmente gastan por debajo de los S/ 40, igual o por encima de dicho monto en adquirir bloqueadores solares.

26

A19_28_56

Una empresa fabricante de medicamentos desea conocer cuán efectivo puede ser un nuevo medicamento para controlar cierta enfermedad en personas adultas. Para ello, realizó un estudio en 3600 personas adultas que tenían esta enfermedad. Así, encontró que el 75 % de las personas que recibieron el medicamento pudieron controlar la enfermedad.

¿Cuál de las siguientes alternativas presenta a la **muestra** considerada para realizar el estudio mencionado?

- a Conjunto de todas las personas adultas que tienen la enfermedad.
- b Conjunto de las 3600 personas sometidas al estudio que tienen la enfermedad.
- c Conjunto del 75 % de personas que pudo controlar la enfermedad con el medicamento.

Una empresa de investigación de mercados fue contratada para determinar la cantidad de dinero que anualmente gastan los adolescentes de 13 a 19 años en videojuegos en un país. A partir del diseño de la muestra, la empresa seleccionó aleatoriamente 80 centros comerciales situados en todas las regiones del país. Luego, en cada centro comercial, un encuestador pidió a los transeúntes, que parecían contar con la edad requerida, completar un cuestionario.

A continuación, se presenta otra referencia del estudio realizado:

Un total de 2050 cuestionarios fueron completados por adolescentes. Basándose en el resultado de esta encuesta, la empresa investigadora informó que un adolescente de este país gasta en promedio, cada año, 580 unidades monetarias en videojuegos.

Adaptado de Estrada, A.; Batanero, C., & Fortuny, J.M. (2004). "Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación". *Educación Matemática*.

Según las referencias del estudio, ¿cuál de las siguientes recomendaciones es **más** adecuada para mejorar el diseño de la muestra?

- a** La muestra de 2050 adolescentes debe ser mucho más grande para obtener conclusiones válidas en todo el país.
- b** La muestra debe considerar a los adolescentes que se encuentran fuera de los centros comerciales para que represente mejor a los adolescentes de todo el país.
- c** La muestra de los adolescentes en los 80 centros comerciales debe ampliarse para que el promedio sea más representativo del gasto de los adolescentes de todo el país.

28

A19_28_58

En un taller textil, se producen 1000 camisas y 4000 polos diariamente. Mediante un control de calidad periódico de dichas prendas, se ha establecido que el 3 % de las camisas y el 2 % de los polos presentan fallas en su costura.

Con respecto a la situación referida, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **necesariamente** correcta?

- a) Si de la producción diaria se toman al azar 100 polos, exactamente 2 polos presentarán fallas en su costura.
- b) Si del total de camisas producidas en el día se coge una al azar, la probabilidad de que esta tenga fallas en su costura es 0,03.
- c) Si se toma al azar una prenda, ya sea una camisa o un polo, existe una probabilidad del 5 % que presente alguna falla en su costura.

29

A19_28_59

Una docente presenta a los estudiantes la siguiente situación:

Dentro de una urna hay tres pelotas: dos de color rojo y una de color blanco; todas ellas son de igual tamaño, textura y masa.

Cecilia extrae, al azar y de manera consecutiva, dos pelotas, sin devolver ninguna de ellas a la urna.

A partir de esta situación, tres estudiantes realizaron afirmaciones. ¿Cuál de los estudiantes realizó una afirmación correcta?

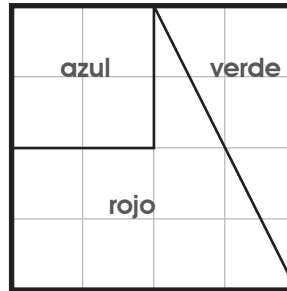
- a) Katherine: “Después de sacar dos pelotas, la probabilidad de que en la urna quede la pelota blanca es el doble de la probabilidad de que quede una pelota roja”.
- b) Laura: “La probabilidad de sacar solo pelotas rojas en las dos extracciones, resulta ser mayor que la probabilidad de sacar una pelota blanca en la primera extracción”.
- c) Mery: “La probabilidad de obtener una pelota roja en la primera extracción es igual a la probabilidad de obtener una pelota roja en la segunda, independientemente de lo obtenido en la primera”.

En cierto país, hace unos años, se publicó un estudio realizado con una muestra de 100 000 personas entre 40 y 50 años de edad que no presentaban síntomas de cierta enfermedad. Se encontró que la probabilidad de que una de ellas tuviera esta enfermedad era 1 %. Cuando una persona que tenía la enfermedad se realizaba una prueba médica, existía un 95 % de probabilidad de que la prueba médica resulte positiva. También, se informó que el resultado de la prueba médica del 5 % de las personas sanas del mencionado grupo de edad indicaba erróneamente positivo. Lo señalado indica que si bien los chequeos preventivos son muy importantes y valiosos, no son exactos en **todos** los casos.

En la situación presentada, si al realizarse la prueba una persona de la muestra obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que efectivamente padezca de esta enfermedad?

- a) 16,1 %
- b) 5,90 %
- c) 0,95 %

Se dibujó la siguiente bandera sobre papel cuadrulado.



¿Qué parte de la bandera es de color **rojo**?

- a $\frac{1}{8}$ de la bandera. b $\frac{1}{4}$ de la bandera.
 c $\frac{1}{3}$ de la bandera. $\frac{1}{2}$ de la bandera.

Fuente: Minedu-UMC. (2019) "¿Qué logran nuestros estudiantes en Matemática? 2.º grado de secundaria". ECE 2018.

¿Cuál de las siguientes tareas es **más** pertinente para favorecer la comprensión del significado de fracción implicado en la pregunta propuesta?

- a Resolver problemas que involucren fracciones como parte-todo, con partes diferentes en su forma o tamaño.
 b Resolver problemas que involucren fracciones que expresen medidas particulares de superficies.
 c Resolver problemas que involucren fracciones como operador de magnitudes continuas.

Durante el desarrollo de una sesión de aprendizaje, un estudiante le preguntó al docente lo siguiente: “¿ 1×10^{-3} es igual a 0,001?”.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para ayudar al estudiante a responder su pregunta?

- a** Presentar las principales leyes de exponentes y preguntar con cuál de ellas se resuelve, por ejemplo, 10^{-3} . Luego, explicar paso a paso cómo aplicar dicha ley y proponer otros casos similares para verificar si comprendió cómo resolverlos.
- b** Explicar al estudiante que todo número con exponente negativo es igual a su inverso con exponente positivo. Luego, comentar que, cuando un número se divide entre una potencia de 10, el exponente de esta potencia indica la cantidad de espacios hacia la izquierda que se traslada la coma decimal.
- c** Pedir que, en la primera columna de una tabla, escriba, en forma descendente, las potencias de 10 desde 10^3 hasta 10^{-3} , y, en la segunda, sus respectivas equivalencias, desde 1000 hasta 0,001. Luego, preguntar por las regularidades que observa en estas potencias y cómo se aplicarían para calcular 10^{-1} , 10^{-2} y 10^{-3} .

El diámetro del Sol es aproximadamente $1,4 \times 10^6$ km, y el diámetro del planeta Mercurio es aproximadamente $4,9 \times 10^3$ km. ¿Qué tan grande es el diámetro del Sol comparado con el de Mercurio?

Luis, uno de los estudiantes, presentó el siguiente proceso de resolución:

Resolución

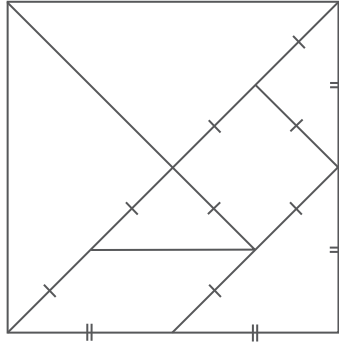
$$\begin{aligned} \frac{1,4 \times 10^6}{4,9 \times 10^3} &= 0,286 \times 10^{6-3} \\ &= 0,286 \times 10^3 \\ &= 2,86 \times 10 \end{aligned}$$

Respuesta: El diámetro del Sol es $2,86 \times 10$ veces más grande que el diámetro de Mercurio.

¿Cuál de las siguientes acciones es **más** pertinente para retroalimentar a Luis de modo que reflexione acerca de su error en la división de las potencias de base 10?

- a** Explicarle que el cociente de potencias con la misma base es igual a dicha base elevada a la diferencia de los exponentes. Luego, pedirle que realice nuevamente su resolución.
- b** Solicitarle que escriba 10^6 y 10^3 como la multiplicación repetida del factor 10. Luego, preguntarle cuánto es el resultado de dividir ambos números. Finalmente, pedirle que escriba ese resultado como una potencia de 10.
- c** Preguntarle qué es la notación científica y, a continuación, indicarle cómo se escriben los números en notación científica. Luego, pedirle que revise su procedimiento e identifique su error. Finalmente, solicitarle que vuelva a resolver el problema.

Un tangram de siete piezas es utilizado para formar un cuadrado cuyo lado tiene una longitud de 15 cm. Las piezas del tangram fueron construidas considerando los puntos medios de algunos segmentos.



Al calcular la diferencia entre la longitud del lado menor de la pieza triangular de mayor área y la longitud del lado menor de la pieza triangular de menor área, ¿qué tipo de número resulta?

¿A cuál de los siguientes propósitos de aprendizaje corresponde **principalmente** esta actividad?

- a) Efectúa operaciones con números irracionales.
- b) Diferencia los números racionales de los irracionales.
- c) Aproxima los números irracionales mediante los números racionales.

Un docente propone a los estudiantes de cuarto grado las siguientes tareas con números reales.

- Tarea I. Halla el conjunto solución en la siguiente inecuación: $2 + |x + 1| \leq 5$
- Tarea II. Aplica el teorema de Pitágoras para ubicar el punto que corresponde a la expresión $2 + \sqrt{10}$ en la recta numérica, utilizando regla y compás.
- Tarea III. Lee el siguiente enunciado: “La multiplicación de dos números irracionales siempre da por resultado otro número irracional”. ¿Es verdadero o falso? Explica.

¿Cuál de las tareas propuestas es de **mayor** demanda cognitiva?

- a) La tarea I.
- b) La tarea II.
- c) La tarea III.

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 36 y 37.

Un docente planteó a los estudiantes de segundo grado la siguiente tarea:

Lee el siguiente enunciado:

“ a y b son números racionales. Si a es un número positivo y b es un número negativo, entonces $(a - b)$ es un número positivo”.

Analiza si el enunciado es verdadero o falso, y explica por qué.

36 ¿Por qué la tarea propuesta es de **alta** demanda cognitiva?

- a** Porque la tarea requiere operar con números racionales, lo que implica un conocimiento más profundo de los conjuntos numéricos para validar el enunciado.
- b** Porque la tarea requiere una abstracción, pues implica operar con expresiones literales y no con números específicos para validar el enunciado.
- c** Porque la tarea exige analizar, mediante una estrategia, una expresión simbólica para validar el enunciado.

37 Ante la tarea planteada por el docente, la respuesta de un estudiante fue la siguiente: “Es falso porque no se puede saber si $(a - b)$ es un número positivo o negativo; depende de los valores que toman a y b ”.

¿Cuál de las siguientes alternativas explicaría el error del estudiante?

- a** Asocia las variables a y b únicamente con los números positivos y, por esta razón, no considera que, en este caso, $-b$ representa a un número positivo.
- b** Desconoce las propiedades de las desigualdades para determinar si la expresión $(a - b)$ es mayor o menor que cero, razón por la cual no puede generalizar.
- c** Considera que la sustracción siempre implica disminución, razón por la cual abre la posibilidad de que el resultado sea también negativo.

Una docente percibe que muchos estudiantes piensan que una fracción es un número que expresa una cantidad determinada de partes o elementos que se toman respecto de una unidad dividida en partes iguales.

Ante esto, la docente busca generar conflicto cognitivo en estos estudiantes. ¿Cuál de las siguientes preguntas es pertinente para ello?

- a** ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre una parte y la cantidad total de elementos del mismo conjunto, por ejemplo, la fracción que representa la cantidad de manzanas respecto de la cantidad de frutas de un cesto en el que hay manzanas y naranjas?
- b** ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre una y otra parte del mismo conjunto, por ejemplo, la fracción que representa la cantidad de varones respecto de la cantidad de mujeres de un aula?
- c** ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre las partes no tomadas y el total, por ejemplo, la fracción que representa la parte sobrante respecto de la barra completa de un chocolate?

39

A19_28_09

En enero, una empresa inició sus actividades con cierta cantidad de personal contratado. En julio del mismo año, la empresa contrató a una cantidad adicional de personas igual a la mitad del total de los contratados en enero. Se sabe que, por apertura de una segunda sede de la empresa, al cabo de tres meses, la tercera parte del total de los trabajadores contratados ese año se trasladarán a esta nueva sede.

Con respecto a la cantidad de trabajadores que permanecerán en la primera sede, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) La cantidad de trabajadores que se mantendrá será menor que la que se contrató en el mes de enero.
- b) La cantidad de trabajadores que se quedará será la misma que la que se contrató en el mes de enero.
- c) La cantidad de trabajadores que permanecerá será mayor que la que se contrató en el mes de enero.

40

A19_28_10

Diego emprendió un negocio de venta de chompas elaboradas con lana de alpaca. Él compró cada chompa a S/ 200 y las vendió con una ganancia del 40 % respecto al precio de compra. Al término de la temporada de invierno, Diego decidió aplicar un descuento del 25 % al precio de venta de cada chompa. ¿Cuánto fue el precio de venta de cada chompa después de aplicar ese descuento?

- a) S/ 230
- b) S/ 215
- c) S/ 210

Carmen tiene S/ 8000 y quiere colocarlos en el banco como depósito a plazo fijo durante 3 años. Para ello, evalúa la propuesta de dos bancos:

Banco 1

Abre una cuenta de ahorros con una tasa de interés simple anual de 9 %.

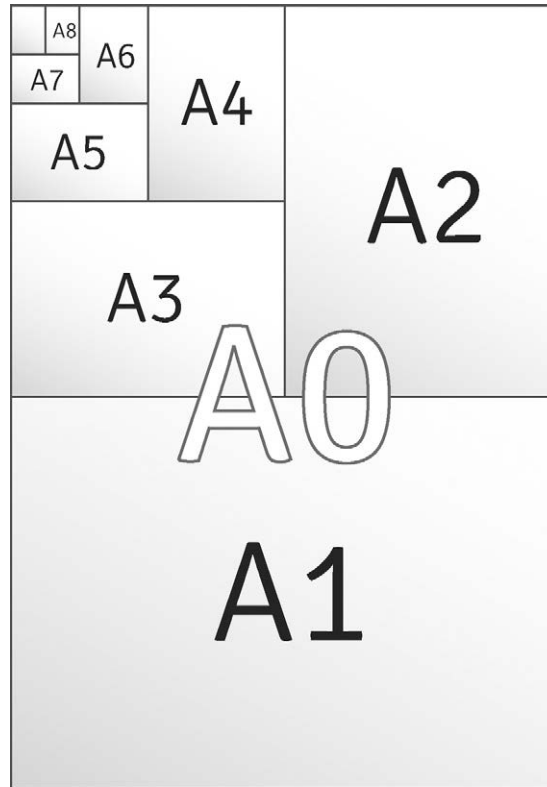
Banco 2

Abre una cuenta de ahorros con una tasa de interés compuesto anual de 8 %.

Si Carmen quiere obtener la mayor ganancia por su depósito en el plazo mencionado, ¿qué banco debería elegir? ¿Por qué?

- a** El Banco 1, porque obtendrá un mayor monto por concepto de interés en comparación con lo que obtendría en el Banco 2.
- b** El Banco 2, porque le ofrece una tasa de interés compuesto que siempre es mejor que una tasa de interés simple.
- c** Cualquiera de los dos bancos, porque obtendrá el mismo monto por interés al cabo de 3 años.

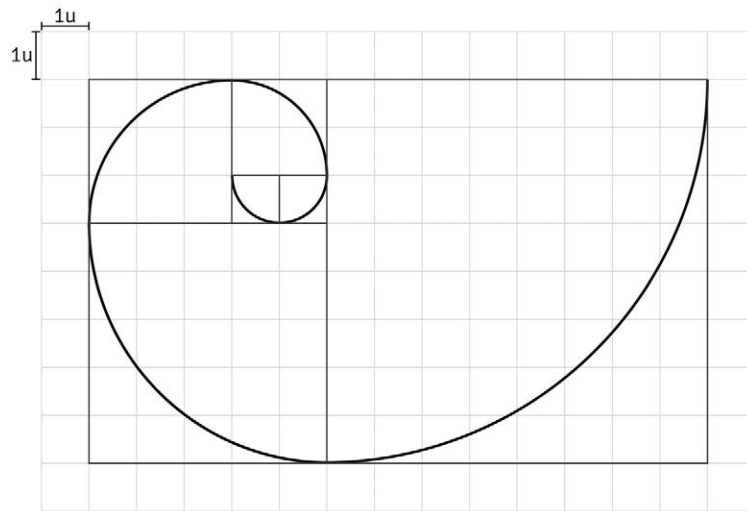
En 1922, se estableció la norma DIN 476 que estandarizó los tamaños de papel a ser adoptados por la industria. El sistema DIN determinó tres series básicas: A, B y C. En todas estas se cumple que hay una razón constante entre el largo y ancho de cada tipo de hoja. Así, en la serie A, se cumple que, al cortar la hoja por la mitad del lado más largo, cada una de sus mitades se convierte en el siguiente formato de la serie. Es decir, al cortar por la mitad una hoja del tipo A0, se obtienen dos hojas del tipo A1; al cortar por la mitad una hoja del tipo A1, se obtienen dos hojas del tipo A2, y así sucesivamente, tal como se observa en la siguiente imagen:



¿Cuál es la razón entre la medida del largo y la medida del ancho de cada formato de hoja?

- a) 2
- b) $\sqrt{3}$
- c) $\sqrt{2}$

1. Observa el siguiente gráfico que presenta una espiral que pasa por cuadrados de diferente tamaño.



2. ¿Cuáles son las medidas del lado de cada región cuadrada por donde pasa la espiral, de la más pequeña a la más grande?
3. ¿Cómo se continuaría la construcción de la espiral en el gráfico propuesto?

¿Cuál es el **principal** propósito de aprendizaje de la actividad?

- a Reconocer la regla de formación de un patrón numérico.
- b Identificar transformaciones en los patrones geométricos.
- c Relacionar los patrones numéricos con los patrones geométricos.

Un docente planteó el siguiente problema a los estudiantes:

A partir de la expresión $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n}$, efectúa lo siguiente:

- Encuentra S_1, S_2, S_3, S_4 y S_5 . Escribe cada valor como fracción.
- A partir de estos valores, plantea la fórmula del término general.

Un estudiante mostró al docente las siguientes respuestas:

- Los valores de S_1, S_2, S_3, S_4 y S_5 son $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}$ y $\frac{31}{32}$, respectivamente.
- La fórmula del término general es $S_n = \frac{n-1}{n}$

¿Cuál de las siguientes acciones es pertinente para retroalimentar al estudiante de modo que reflexione sobre su error al proponer la fórmula del término general?

- Pedirle que explique el significado de n en la fórmula del término general que ha indicado. Luego, preguntarle por la regla de formación que presentan los denominadores y cómo representaría el denominador del enésimo término. Finalmente, solicitarle que halle la relación entre ese denominador y su respectivo numerador.
- Pedirle que obtenga el sexto y séptimo término de la sucesión. Luego, indicarle que registre el incremento entre los correspondientes numeradores y denominadores de dos términos consecutivos de la sucesión. Finalmente, después de analizar los incrementos, solicitarle que determine la fórmula del término general.
- Pedirle que identifique la relación entre el numerador y el denominador en cada término de la sucesión. Luego, explicarle la regla de correspondencia que establece la fórmula del término general. Finalmente, solicitarle que realice la comprobación de la fórmula con cada término hallado.

Una docente tiene como propósito que los estudiantes de segundo grado comprendan la noción de proporcionalidad inversa. Para ello, les presenta una situación ideal referida al desplazamiento de un ciclista que, con velocidad constante, recorre una distancia de 200 km para ir de la ciudad A hacia la ciudad B.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para el logro del propósito?

- a** Solicitarles que propongan valores referidos a la velocidad constante del ciclista y, a partir de estos, que determinen el tiempo que emplearía en recorrer los 200 km. Luego, pedirles que registren dichos valores en una tabla y que infieran la característica común que tienen los productos de cada par de valores.
- b** Solicitarles que hallen la distancia que recorrería el ciclista durante 1,5 horas a una velocidad constante de 30 km/h, así como la distancia que recorrería durante 3 horas a esa misma velocidad. Luego, pedirles que registren el tiempo empleado y las distancias solicitadas, y que comparen ambos tiempos y ambas distancias.
- c** Solicitarles que diseñen un esquema que represente el trayecto de A hacia B y que en él señalen 4 puntos intermedios, de modo que, entre cada par de puntos consecutivos, haya siempre 40 km entre sí. Luego, pedirles que, para cada punto señalado, registren las distancias tanto hacia A como hacia B y que expliquen qué sucede con la suma de ambas distancias.

$$\begin{cases} 3y - x = 7 \\ 2x + 8 = 6y \end{cases}$$

Miguel, un estudiante, efectuó el siguiente desarrollo:

Método de sustitución

Como $3y - x = 7$, entonces

$$3y - 7 = x$$

Reemplazando x en $2x + 8 = 6y$

$$2(3y - 7) + 8 = 6y$$

$$6y - 14 + 8 = 6y$$

$$6y - 6y = 14 - 8$$

$$0 = 6$$

Solución: $x = 0; y = 6$

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para que Miguel reflexione sobre su error?

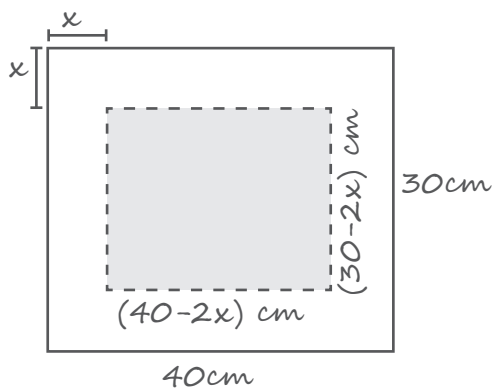
- a** Preguntarle: “¿Cuántas variables tiene el sistema? ¿Se aplicaron correctamente las propiedades de las ecuaciones?”. Luego, indicarle que copie su resolución en la pizarra para que, colaborativamente, sus compañeros participen en la resolución del sistema.
- b** Preguntarle: “¿El método de sustitución ha sido bien aplicado? ¿Has verificado las soluciones propuestas?”. Luego, indicarle que, si los valores hallados no verifican las igualdades, puede aplicar otro método de solución al sistema propuesto.
- c** Preguntarle: “¿Has verificado tu solución? ¿Todos los sistemas de ecuaciones tienen una única solución? ¿Puede haber sistemas con infinitas soluciones? ¿Habrá algún sistema que no tiene solución? ¿Cómo lo reconocerías?”.

Una docente tiene como propósito que los estudiantes de tercer grado resuelvan problemas que involucran ecuaciones cuadráticas. Para ello, les propuso el siguiente problema:

Roberto tiene un cartón de forma rectangular cuyas dimensiones son 30 cm y 40 cm. Él desea obtener un marco cuya área sea igual a la mitad del área del cartón. Además, la medida del ancho de este marco debe ser constante.

¿Cuál será la medida del ancho del marco?

Uno de los estudiantes presentó la siguiente resolución:



Como el área del marco y de la parte interna del cartón son iguales, entonces se concluye lo siguiente:

$$\begin{aligned}(40 - 2x)(30 - 2x) &= 600 \\ 1200 - 60x - 80x + 4x^2 &= 600 \\ 4x^2 - 140x &= 600 - 1200 \\ x^2 - 35x &= -150 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

$$x = \frac{35 \pm \sqrt{1225 - 600}}{2}$$

$$x_1 = 30 \text{ o } x_2 = 5$$

Respuesta: El ancho puede ser 5 cm o 30 cm.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el error que se evidencia en la resolución del estudiante?

- a** Aplica la fórmula para encontrar las raíces de una ecuación cuadrática cuando es posible hallarlas mediante la factorización por aspa simple.
- b** Incluye en su respuesta a una de las raíces de la ecuación cuadrática, la cual carece de sentido en el contexto del problema planteado.
- c** Determina las raíces a partir de una ecuación cuadrática sin haberla transformado previamente a la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

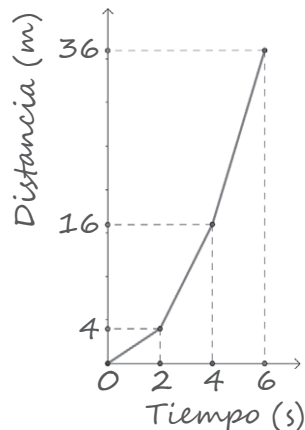
En una empresa de juguetes, al realizar una prueba de uno de los modelos de carritos a batería, se observa que el vehículo aumenta su velocidad en 2 m/s en cada segundo. En la siguiente tabla, se han colocado algunos datos al respecto.

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)	Distancia recorrida (m)
0	0	0
2	4	4
4	8	16
6	12	36

¿Cuál sería la representación gráfica que relaciona la distancia recorrida y el tiempo?

A continuación, se muestra la respuesta de un estudiante:

La distancia y el tiempo no pueden ser números negativos. Con los puntos registrados, la gráfica sería la siguiente:



¿Cuál de las siguientes acciones es **más** pertinente para retroalimentar al estudiante, de modo que reflexione sobre el error en su respuesta?

- Pedirle que vuelva a analizar los valores de dicha tabla y preguntarle lo siguiente: “¿Se utilizaron los valores de la velocidad en la gráfica?; si el valor de la distancia recorrida es igual al cuadrado del valor correspondiente al tiempo, ¿qué tipo de función es y cómo debería ser su gráfica?”.
- Pedirle que encuentre la regla de correspondencia entre la distancia recorrida y el tiempo. Después, solicitarle que represente algebraicamente la función y que la clasifique. Finalmente, indicarle que determine el dominio y el rango, y los verifique en la gráfica que realizó inicialmente.
- Preguntarle: “¿Es suficiente tomar en cuenta solo los valores del tiempo registrados en la tabla?, ¿qué ocurriría si se considerasen otros números enteros comprendidos entre ellos? Por otro lado, si consideras valores más cercanos entre sí para el tiempo, ¿cómo sería la gráfica?”.

49

A19_28_19

Una docente desarrolla una sesión de aprendizaje cuyo propósito es lograr que los estudiantes representen e interpreten la gráfica de funciones cuadráticas. Para ello, realiza un seguimiento a la labor de los estudiantes de graficar la función cuadrática $f(x) = x^2$; luego, les pide que la describan. Después, monitorea el análisis del desplazamiento de la gráfica de acuerdo con determinados parámetros, para lo cual grafican las funciones $g(x) = x^2 - 1$; $h(x) = (x + 1)^2$.

Luego, la docente les propone a los estudiantes las siguientes tareas adicionales. ¿Cuál de ellas es de **mayor** demanda cognitiva?

- a) Identificar el vértice y los puntos de intersección de la gráfica de $f(x) = x^2 - 2x + 1$ con cada uno de los ejes coordenados.
- b) Describir cómo debe desplazarse la gráfica de la función $f(x) = x^2$ para que, en la nueva gráfica, el vértice sea $(2; -5)$. Luego, representarla simbólicamente.
- c) Representar simbólicamente la función cuadrática que se ha desplazado horizontalmente $5\sqrt{2}$ unidades hacia la derecha, respecto de la función de forma $f(x) = x^2$.

50

A19_28_20

Una docente preguntó a los estudiantes cómo obtener las raíces de una ecuación cuadrática. Uno de los estudiantes respondió: “Hay varias formas. Una de ellas, consiste en representar gráficamente la función cuadrática asociada a la ecuación y para obtener las raíces, siempre hay que apelar a los puntos de intersección de la gráfica de la parábola y el eje X, dado que las abscisas de esos puntos corresponderían a las raíces de la ecuación cuadrática”.

¿Cuál de las siguientes preguntas promueve la generación de conflicto cognitivo en este estudiante?

- a) ¿Cómo explicarías la obtención de las raíces de una ecuación cuadrática asociada a la función $f(x) = x^2 + 2$?
- b) ¿Cómo explicarías la obtención de las raíces de una ecuación cuadrática asociada a la función $f(x) = -x^2 + 4$?
- c) ¿Cómo explicarías la obtención de las raíces de una ecuación cuadrática asociada a la función $f(x) = x^2 + 4x + 3$?

El propósito de una docente es favorecer que los estudiantes comprendan los productos notables. Para esto, ella debe diseñar una actividad **inicial**.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para lograr dicho propósito?

- a** Pedir que construyan las siguientes piezas de cartulina: una pieza cuadrada cuyo lado sea a ; 4 piezas rectangulares de lados a y 1 unidad, respectivamente; y 4 piezas cuadradas de 1 unidad de lado. Luego, pedir que con estas piezas formen un cuadrado, para lo cual deben colocar las 4 piezas rectangulares alrededor de la pieza cuadrada de lado a y, en las esquinas, poner las piezas cuadradas de lado 1 unidad. Finalmente, decir que la suma de las áreas de las 9 piezas utilizadas ($a^2 + 4a + 4$) es igual al resultado de $(a + 2)^2$.
- b** Explicar el proceso de resolución de un binomio al cuadrado, de modo que aprendan que el resultado se obtiene de elevar el primer término al cuadrado, sumar el doble del producto del primer término por el segundo y sumar el segundo término al cuadrado. Luego, entregarles una ficha para que efectúen el cuadrado de otros binomios. Finalmente, verificar si desarrollaron correctamente los binomios propuestos.
- c** Entregar 4 piezas de cartulina: 2 de forma cuadrada, una de lado a y otra de lado b , y 2 piezas rectangulares de lados a y b unidades, respectivamente. Luego, pedir que formen un cuadrado de lado $(a + b)$ con las 4 piezas entregadas. Finalmente, solicitar que expresen el área del cuadrado de lado $(a + b)$, en función de la suma de las áreas de las 4 piezas entregadas.

¿Cuál de los siguientes procedimientos **NO** presenta errores al operar con expresiones algebraicas?

a Si $a_h = 7(h + 1) + 3$, entonces

$$a_{h+1} = 7(h + 1 + 1) + 3$$

$$\Rightarrow a_{h+1} = 7(h + 2) + 3$$

$$\Rightarrow a_{h+1} = 7h + 5$$

b Al resolver la ecuación $\frac{x}{2} - 4 = \frac{x-1}{2} - \frac{7}{2}$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x-1}{2} = 4 - \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x-x+1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

se concluye que tiene infinitas soluciones.

c Al desarrollar $F = \frac{1}{3}(m+1)(4m+3)$, resulta lo siguiente:

$$F = \frac{1}{3}m + \frac{1}{3}(4m+3)$$

$$F = \frac{1}{3}m + \frac{4}{3}m + 1$$

$$F = \frac{5}{3}m + 1$$

53

Un docente tiene el propósito de que los estudiantes **afiancen** su comprensión del reparto proporcional.

A19_28_23

¿Cuál de las siguientes tareas es pertinente para contribuir al logro de dicho propósito?

- a** Si se sabe que el precio de 1,5 kilogramos de chirimoya es 9 soles, determinar el precio de 3,5 kilogramos de chirimoya.
- b** Determinar la cantidad total de matriculados en un taller de danza si se sabe que hay 36 mujeres matriculadas, y que hay 2 varones por cada 3 mujeres.
- c** En un emprendimiento económico, Juana invirtió 3000 soles y Lizet, 4000 soles. Si se obtuvo una ganancia total de 1400 soles, determinar cuánto le corresponde a cada una de acuerdo a su inversión.

Una docente presentó a los estudiantes una secuencia de transformaciones con la imagen de la huella de un pie. En dicha secuencia, los dos últimos términos no estaban graficados.



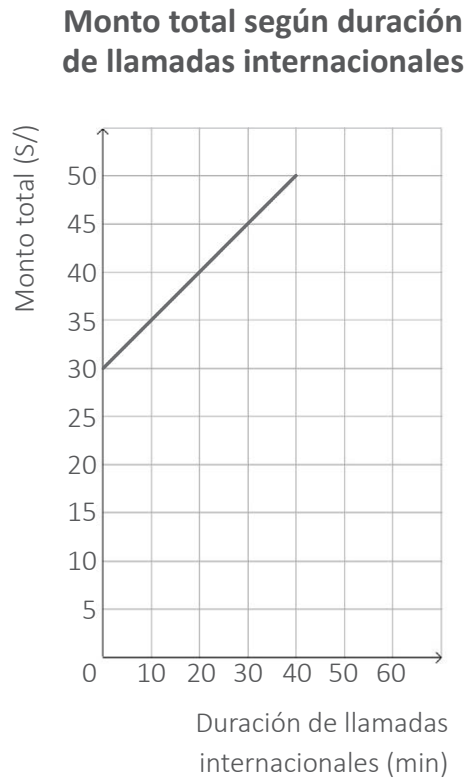
Al solicitarles determinar cuáles eran los términos faltantes, algunos estudiantes cometieron un error al responder lo siguiente:



A partir de esta respuesta, ¿cuál es la transformación geométrica que ellos **NO** identificaron en la secuencia?

- a La traslación.
- b La reflexión.
- c La rotación.

En cierto mes, un recibo de telefonía celular que corresponde a un plan postpago para llamadas ilimitadas nacionales contempla los siguientes conceptos: cargo fijo y llamadas internacionales. A partir de la información de dicho recibo, se elaboró la siguiente gráfica:

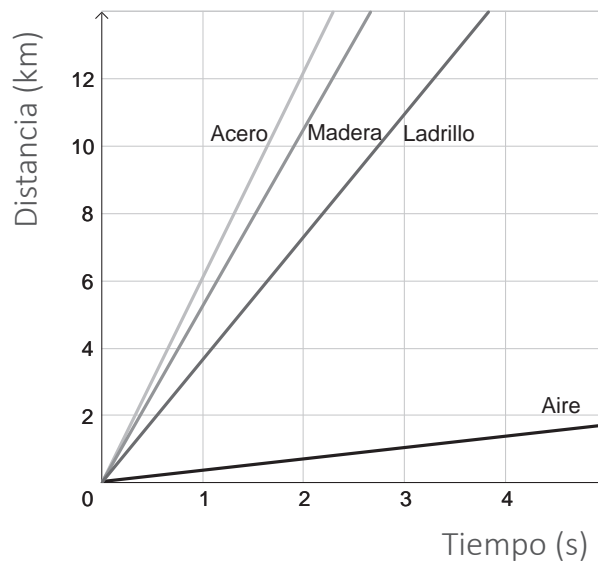


De acuerdo con esta gráfica, ¿cuál es el cargo fijo que se cobra mensualmente en el recibo de telefonía mencionado?

- a S/ 30
- b S/ 40
- c S/ 50

La siguiente gráfica muestra la rapidez con la que se propaga el sonido en diferentes medios, según una medición efectuada bajo las mismas condiciones de presión y temperatura.

Propagación del sonido en diferentes medios



Adaptado de Jaramillo, A. M. J. (2007). "Acústica: la ciencia del sonido". ITM

Con respecto a la gráfica, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) La rapidez de propagación del sonido es mayor cuando se propaga en el acero y en la madera, que cuando se propaga en el ladrillo y en el aire.
- b) Mientras aumenta el tiempo transcurrido, también se incrementa la pendiente de las gráficas de las funciones.
- c) La pendiente de las rectas es cero cuando el tiempo transcurrido es igual a cero.

Karina contrató un plan de telefonía celular por el cual cada 30 días dispone de 10 *gigabytes* (GB) para navegar por internet. En ese periodo, ella utiliza la misma cantidad de *gigabytes* cada día, lo que origina que, al final del periodo, le quede exactamente 1 GB sin consumir.

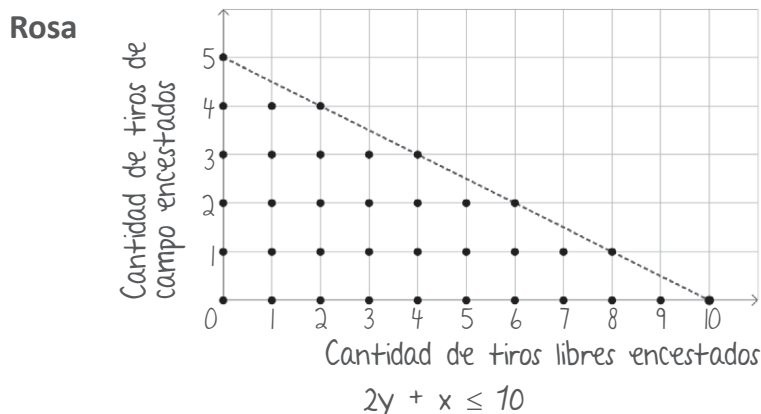
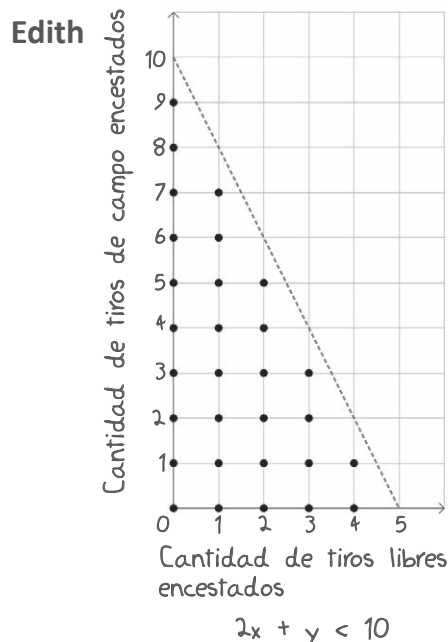
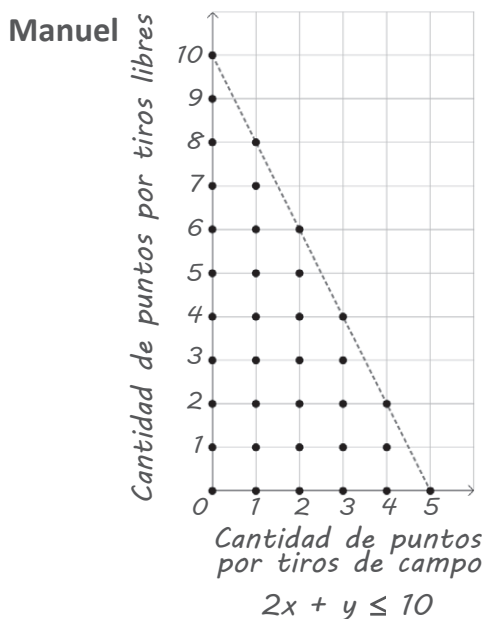
¿Cuál de las siguientes funciones permite establecer la cantidad de *gigabytes* que Karina ha utilizado cuando ya transcurrieron t días de ese periodo?

- a) $f(t) = \frac{3}{10}t + 1$
- b) $f(t) = \frac{3}{10}t$
- c) $f(t) = 10 - \frac{3}{10}t$

Un docente propone a los estudiantes resolver el siguiente problema:

En cierto campeonato de básquet, se obtiene 1 punto por encestar con tiros libres y 2 puntos por encestar con tiros de campo. Si en cada uno de los cinco últimos partidos, Ricardo hizo como máximo 10 puntos, ¿cuántas canastas de cada tipo pudo haber realizado por partido?

Tres estudiantes coincidieron en que los posibles resultados necesariamente deben ser números naturales. Sin embargo, tal como a continuación se observa, cada quien identificó las variables y elaboró representaciones distintas.



¿Quién construyó una representación gráfica correcta del problema propuesto?

- a) Manuel.
- b) Edith.
- c) Rosa.

Una docente planteó a los estudiantes el siguiente problema:

Una empresa, en la que trabajan igual cantidad de mujeres y de varones, dispuso de un monto superior a 1300 soles para repartir una bonificación de 50 soles a cada uno de sus empleados. Si se conoce que, exactamente la quinta parte del total de trabajadores recibirá un ascenso, y que esta es una cantidad menor que 8, ¿cuántos trabajadores en total hay en dicha empresa?

Al respecto, un grupo de estudiantes presentó la siguiente resolución:

Sea x la cantidad total de trabajadores. Por datos del problema, se cumple lo siguiente:

$$\begin{array}{lcl} 1300 < 50x & \text{y} & \frac{x}{5} < 8 \\ 26 < x & \text{y} & x < 40 \\ & & 26 < x < 40 \end{array}$$

Respuesta: No se puede saber con exactitud la cantidad total de trabajadores; hay muchas posibilidades y son los valores dentro del intervalo $]26; 40[$.

De acuerdo con la respuesta brindada, ¿cuál de las siguientes opciones les hubiera permitido determinar la cantidad total de trabajadores de la empresa?

- a La cantidad total de trabajadores debe ser un número par.
- b La cantidad total de trabajadores debe ser un número entero.
- c La cantidad total de trabajadores debe ser un múltiplo de diez.

Cecilia confecciona una camisa en 1 hora y media, y un pantalón en 2 horas. Ella trabaja 8 horas al día a un mismo ritmo. Para entregar un lote de camisas y pantalones, tuvo un plazo máximo de 3 días de trabajo. Si se sabe que en ese lote entregó más de 14 prendas en total, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a Cecilia pudo entregar 12 pantalones como máximo.
- b Cecilia pudo entregar 12 camisas como mínimo.
- c Cecilia pudo entregar 8 camisas como máximo.

*Mejores
peruanos
Siempre*



PERÚ

Ministerio
de Educación

EL PERÚ PRIMERO